



Klucz nauczyciela · Sprawdzian: Liczby, procenty, wyrażenia i równania

klasa 8 · grupa A · dla nauczyciela · 30 pkt + 2 pkt dodatkowe · 45 minut

Zadanie 1 Zapisz w systemie dziesiętkowym i w systemie rzymskim.

/ 2 pkt

- a) w systemie dziesiętkowym: MMCDLXXXVII = 2487
- b) w systemie rzymskim: 1349 = MCCCXLIX

Odpowiedź: a) 2487; b) MCCCXLIX

Rozwiązanie: a) MM = 2000, CD = 400, L = 50, XXX = 30, VII = 7; razem 2487. b) 1349 = 1000 + 300 + 40 + 9 = M + CCC + XL + IX = MCCCXLIX.

Punktacja:

1. **1 pkt** — a) 2487
2. **1 pkt** — b) MCCCXLIX

Zadanie 2 Zapisz nierówność opisującą liczby zaznaczone na osi.

/ 2 pkt



Odpowiedź: $x \leq 45$

Rozwiązanie: Między 40 a 60 są 4 działki, więc jedna działka to 5. Zamalowane kółko leży w punkcie 45, a zaznaczona część osi biegnie w lewo: liczby mniejsze od 45 lub równe 45.

Punktacja:

1. **1 pkt** — poprawna liczba graniczna
2. **1 pkt** — znak nieostry $\leq$ (kółko zamalowane, część osi w lewo)

Zadanie 3 Jaką cyfrę można wpisać w kratkę? Podaj wszystkie możliwości.

/ 2 pkt

Liczba 47 2 ma być podzielna przez 3. Cyfry: 2, 5, 8

Odpowiedź: 2, 5, 8

Rozwiązanie: Suma znanych cyfr: $4 + 7 + 2 = 13$. Suma $13 + c$ ma być podzielna przez 3: 15, 18 lub 21, więc $c = 2, 5$ albo 8.

Punktacja:

1. **1 pkt** — zastosowanie właściwej cechy podzielności (suma cyfr) i co najmniej jedna poprawna cyfra
2. **1 pkt** — wszystkie trzy cyfry 2, 5, 8 — bez nadmiarowych

Zadanie 4 Zapisz w postaci iloczynu liczby całkowitej i pierwiastka z możliwie najmniejszej liczby.

/ 2 pkt

- a) $\sqrt{108} = \underline{6\sqrt{3}}$ b) $\sqrt[3]{128} = \underline{4\sqrt[3]{2}}$

Odpowiedź: a) $6\sqrt{3}$; b) $4\sqrt[3]{2}$

Rozwiązanie: a) $108 = 36 \cdot 3$, więc $\sqrt{108} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{3} = 6\sqrt{3}$. b) $128 = 64 \cdot 2$, więc $\sqrt[3]{128} = \sqrt[3]{64} \cdot \sqrt[3]{2} = 4\sqrt[3]{2}$.

Punktacja:

1. **1 pkt** — a) $6\sqrt{3}$ (zapis niedokończony, np. $3\sqrt{12}$ — 0 pkt)
2. **1 pkt** — b) $4\sqrt[3]{2}$



Zadanie 5 Oblicz i zapisz w notacji wykładniczej.

/ 2 pkt

$$(6 \cdot 10^8) : (1,5 \cdot 10^3) = \underline{4 \cdot 10^5}$$

Odpowiedź: $4 \cdot 10^5$

Rozwiązanie: $(6 : 1,5) \cdot (10^8 : 10^3) = 4 \cdot 10^5$.

Punktacja:

1. **1 pkt** — poprawna wartość ilorazu (np. 400 000)
2. **1 pkt** — zapis w notacji wykładniczej: $4 \cdot 10^5$

Zadanie 6 Po obniżce o 20% plecak kosztuje 144 zł. Ile kosztował przed obniżką?

/ 2 pkt

Cena przed obniżką: 180 zł

Odpowiedź: 180 zł

Rozwiązanie: Po obniżce cena stanowi $100\% - 20\% = 80\%$ ceny początkowej: $0,8x = 144$, więc $x = 144 : 0,8 = 180$ zł.

Punktacja:

1. **1 pkt** — ustalenie, że 144 zł to 80% ceny początkowej (np. $0,8x = 144$)
2. **1 pkt** — wynik: 180 zł

Zadanie 7 Pani Maria wpłaciła 7000 zł na lokatę roczną oprocentowaną 3% w skali roku. Po roku odsetki dopisano do lokaty i przedłużono ją o kolejny rok. Ile pieniędzy będzie na lokacie po 2 latach? (Nie uwzględniaj podatku.)

/ 2 pkt

Kwota na lokacie po 2 latach: 7426,30 zł

Odpowiedź: 7426,30 zł

Rozwiązanie: Po roku: $7000 \cdot 1,03 = 7210$ zł. Po 2 latach: $7210 \cdot 1,03 = 7426,30$ zł.

Punktacja:

1. **1 pkt** — stan po pierwszym roku: 7210 zł
2. **1 pkt** — stan po 2 latach: 7426,30 zł

Zadanie 8 Cena netto wynosi 240 zł, stawka VAT 23%. Oblicz cenę brutto.

/ 2 pkt

Cena brutto: 295,20 zł

Odpowiedź: 295,20 zł

Rozwiązanie: Cena brutto to 123% ceny netto: $240 \cdot 1,23 = 295,20$ zł (VAT: $240 \cdot 0,23 = 55,20$ zł).

Punktacja:

1. **1 pkt** — zależność: brutto = 123% netto (albo obliczony VAT 55,20 zł)
2. **1 pkt** — wynik: 295,20 zł

Zadanie 9 Zapisz w najprostszej postaci: $(3x - 2)(x + 4) - 3x^2 = \underline{10x - 8}$

/ 2 pkt

Odpowiedź: $10x - 8$

Rozwiązanie: $(3x - 2)(x + 4) = 3x^2 + 12x - 2x - 8 = 3x^2 + 10x - 8$; po odjęciu $3x^2$ zostaje $10x - 8$.

Punktacja:

1. **1 pkt** — poprawne wymnożenie sum: $3x^2 + 10x - 8$
2. **1 pkt** — redukcja wyrazów podobnych: $10x - 8$





Zadanie 10 Uprość, a potem oblicz wartość: $2a(a - b) - (a - b)^2$ dla $a = 3, b = -2$.

/ 2 pkt

Postać uproszczona: $a^2 - b^2$ Wartość: 5

Odpowiedź: $a^2 - b^2$; wartość: 5

Rozwiązanie: $2a^2 - 2ab - (a^2 - 2ab + b^2) = 2a^2 - 2ab - a^2 + 2ab - b^2 = a^2 - b^2$. Dla $a = 3, b = -2$: $9 - 4 = 5$.

Punktacja:

1. **1 pkt** — postać uproszczona: $a^2 - b^2$
2. **1 pkt** — wartość: 5 (także obliczona poprawnie z wyrażenia przed uproszczeniem)

Zadanie 11 Zapisz w postaci sumy algebraicznej: $(2x - 5y)^2 =$ $4x^2 - 20xy + 25y^2$

/ 2 pkt

Odpowiedź: $4x^2 - 20xy + 25y^2$

Rozwiązanie: $(2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 5y + (5y)^2 = 4x^2 - 20xy + 25y^2$.

Punktacja:

1. **1 pkt** — poprawne kwadraty wyrazów: $4x^2$ i $25y^2$
2. **1 pkt** — poprawny wyraz środkowy $-20xy$ (cały wynik)

Zadanie 12 Rozwiąż równania.

/ 4 pkt

a) $\frac{x+3}{2} - x = \frac{x-6}{4}$ $x = 4$

b) $(x-2)(x+5) = x(x+1) + 6$ $x = 8$

Odpowiedź: a) $x = 4$; b) $x = 8$

Rozwiązanie: a) Mnożymy obie strony przez 4: $2(x+3) - 4x = x-6$, $2x+6-4x = x-6$, $-3x = -12$, $x = 4$. b) $x^2 + 5x - 2x - 10 = x^2 + x + 6$, $x^2 + 3x - 10 = x^2 + x + 6$, $2x = 16$, $x = 8$.

Punktacja:

1. **1 pkt** — a) poprawne usunięcie mianowników i uporządkowanie równania
2. **1 pkt** — a) $x = 4$
3. **1 pkt** — b) poprawne wymnożenie i redukcja x^2
4. **1 pkt** — b) $x = 8$

Zadanie 13 W sali kinowej jest 8 rzędów na balkonie i 12 rzędów na parterze. W każdym rzędzie na parterze jest o 4 miejsca więcej niż w rzędzie na balkonie. Razem jest 488 miejsc. Ile miejsc jest w jednym rzędzie na parterze?

/ 2 pkt

Liczba miejsc w rzędzie na parterze: 26

Odpowiedź: 26 miejsc

Rozwiązanie: x — liczba miejsc w rzędzie na balkonie, $x + 4$ — na parterze. $8x + 12(x + 4) = 488$, $20x + 48 = 488$, $20x = 440$, $x = 22$. Na parterze: $22 + 4 = 26$ miejsc.

Punktacja:

1. **1 pkt** — poprawne równanie (np. $8x + 12(x + 4) = 488$)
2. **1 pkt** — odpowiedź: 26 miejsc



Zadanie 14 Podziel 1680 zł w stosunku 3 : 4 : 7.

/ 2 pkt

Kwoty: 360 zł, 480 zł, 840 zł

Odpowiedź: 360 zł, 480 zł, 840 zł

Rozwiązanie: $3 + 4 + 7 = 14$ części; jedna część: $1680 : 14 = 120$ zł. Kwoty: $3 \cdot 120 = 360$ zł, $4 \cdot 120 = 480$ zł, $7 \cdot 120 = 840$ zł.

Punktacja:

1. **1 pkt** — wartość jednej części: 120 zł
2. **1 pkt** — wszystkie trzy kwoty

★ **Zadanie 15** Zadanie dodatkowe (+2 pkt). Na spotkaniu każda osoba dała prezent każdej z pozostałych osób. Gdyby przyszły jeszcze 2 osoby, prezentów byłoby o 58 więcej. Ile osób było na spotkaniu? **+2 pkt**

Liczba osób: 14

Odpowiedź: 14 osób

Rozwiązanie: Przy n osobach każda daje $n - 1$ prezentów, razem $n(n - 1)$. Przy $n + 2$ osobach: $(n + 2)(n + 1)$. Różnica: $(n + 2)(n + 1) - n(n - 1) = 4n + 2 = 58$, więc $n = 14$.

Punktacja:

1. **1 pkt** — zapis liczby prezentów $n(n - 1)$ i równania (albo systematyczne sprawdzanie kolejnych n)
2. **1 pkt** — odpowiedź: 14 osób

Zasady przyznawania punktów

- Zadania otwarte i z lukami: punkty według kryteriów podanych przy zadaniu. Każdy poprawny sposób rozwiązania jest akceptowany, także inny niż w kluczu.
- Przy poprawnej metodzie i błędzie rachunkowym uczeń traci tylko punkt za wynik końcowy; sam wynik bez wymaganego zapisu obliczeń daje najwyżej punkt za odpowiedź, jeśli kryteria tak stanowią.
- Zadanie dodatkowe (+2 pkt) nie wlicza się do sumy 30 pkt; może podnieść ocenę zgodnie z zasadami szkoły.
- Kwoty pieniężne można zapisać z groszami albo bez nich, jeśli wynik jest dokładny (np. 180 zł albo 180,00 zł).

Proponowana skala ocen (30 pkt)

30–27 pkt: bardzo dobry · 26–23 pkt: dobry · 22–17 pkt: dostateczny · 16–12 pkt: dopuszczający · 11–0 pkt: niedostateczny

Progi orientacyjne: ok. 90% / 75% / 55% / 40%. Dostosuj je do wewnątrzszkolnych zasad oceniania.

