



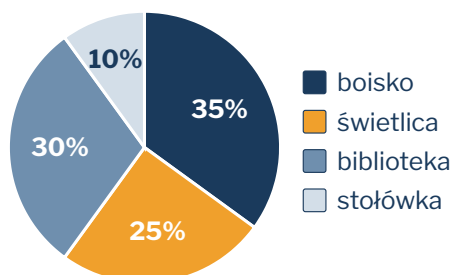
Klucz nauczyciela · Sprawdzian: Statystyka i prawdopodobieństwo

klasa 8 · grupa A · dla nauczyciela · 30 pkt + 2 pkt dodatkowe · 45 minut

Zadanie 1

W ankiecie wzięło udział 40 uczniów. Diagram pokazuje, gdzie najchętniej spędzają długą przerwę.

/ 4 pkt



a) Ilu uczniów wybrało każdą odpowiedź?

boisko: 14

świetlica: 10

biblioteka: 12

stołówka: 4

b) O ile więcej uczniów wybrało odpowiedź „boisko” niż „stołówka”? 10

c) Ile razy więcej uczniów wybrało odpowiedź „biblioteka” niż „stołówka”? 3

Odpowiedź: a) boisko 14, świetlica 10, biblioteka 12, stołówka 4; b) 10; c) 3

Rozwiązanie: a) $35\% \text{ z } 40 = 0,35 \cdot 40 = 14$; $25\% \text{ z } 40 = 10$; $30\% \text{ z } 40 = 12$; $10\% \text{ z } 40 = 4$. Kontrola: $14 + 10 + 12 + 4 = 40$.

b) $14 - 4 = 10$ — o 10 uczniów więcej.

c) $12 : 4 = 3$ — 3 razy więcej.

Punktacja:

1. **2 pkt** — a) wszystkie cztery liczby poprawne (2–3 poprawne — 1 pkt)

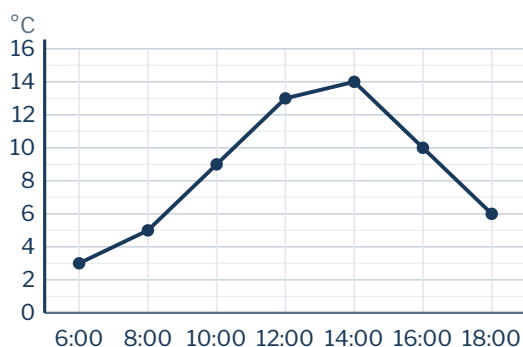
2. **1 pkt** — b) 10

3. **1 pkt** — c) 3



Zadanie 2 Wykres pokazuje temperaturę powietrza w ciągu dnia.

/ 4 pkt



- a) Jaka była temperatura o godzinie 10:00? 9°C
- b) Kiedy było najcieplej i ile stopni wtedy było? 14:00; 14°C
- c) O których z zaznaczonych godzin temperatura była wyższa niż 8°C? 10:00, 12:00, 14:00, 16:00
- d) O ile stopni spadła temperatura między 14:00 a 18:00? o 8°C

Odpowiedź: a) 9°C; b) 14:00; 14°C; c) 10:00, 12:00, 14:00, 16:00; d) o 8°C

Rozwiązanie: Odczyty z wykresu (kropki): 6:00 — 3°C, 8:00 — 5°C, 10:00 — 9°C, 12:00 — 13°C, 14:00 — 14°C, 16:00 — 10°C, 18:00 — 6°C (wartości nieparzyste leżą w połowie między liniami co 2°C).

a) 9°C.

b) najwyższy punkt wykresu: 14:00, 14°C.

c) więcej niż 8°C: 10:00 (9°C), 12:00 (13°C), 14:00 (14°C), 16:00 (10°C).

d) $14 - 6 = 8$ — spadek o 8°C.

Punktacja:

- 1 **pkt** — a) 9°C
- 2 **pkt** — b) 14:00 i 14°C (obie informacje)
- 1 **pkt** — c) wszystkie cztery godziny i żadnej innej
- 1 **pkt** — d) o 8°C

Zadanie 3 Dane: 9, 4, 16, 7, 5, 11, 8, 4. Oblicz średnią arytmetyczną i medianę.

/ 2 pkt

średnia: 8 mediana: 7,5

Odpowiedź: średnia 8; mediana 7,5

Rozwiązanie: Suma: $9 + 4 + 16 + 7 + 5 + 11 + 8 + 4 = 64$, średnia: $64 : 8 = 8$.

Uporządkowane: 4, 4, 5, 7, 8, 9, 11, 16. Liczb jest 8 (parzysta liczba), więc mediana to średnia dwóch środkowych:

$$\frac{7 + 8}{2} = 7,5.$$

Punktacja:

- 1 **pkt** — średnia 8
- 1 **pkt** — mediana 7,5 (dane uporządkowane)



Zadanie 4 W klasie jest 12 dziewcząt ze średnią ocen 4,5 i 8 chłopców ze średnią ocen 3,5. Oblicz średnią ocen całej klasy. 4,1

/ 2 pkt

Odpowiedź: 4,1

Rozwiązanie: Suma ocen dziewcząt: $12 \cdot 4,5 = 54$, chłopców: $8 \cdot 3,5 = 28$. Razem $54 + 28 = 82$, uczniów $12 + 8 = 20$.

Średnia: $82 : 20 = 4,1$. (Uwaga: $\frac{4,5 + 3,5}{2} = 4$ jest błędne — grupy mają różną liczebność.)

Punktacja:

1. **1 pkt** — obliczenie obu sum (54 i 28) albo zapis średniej ważonej
2. **1 pkt** — wynik 4,1

Zadanie 5 Wiktor ma 4 oceny ze średnią 4. Jaką ocenę musi dostać, żeby średnia wszystkich ocen wyniosła 4,4? 6

/ 2 pkt

Odpowiedź: 6

Rozwiązanie: Suma 4 ocen: $4 \cdot 4 = 16$. Po piątej ocenie suma ma wynosić $5 \cdot 4,4 = 22$.

Brakująca ocena: $22 - 16 = 6$.

Punktacja:

1. **1 pkt** — równanie $\frac{16 + x}{5} = 4,4$ albo obliczenie sum 16 i 22
2. **1 pkt** — ocena 6

Zadanie 6 Oblicz średnią ważoną ocen: 3 (waga 1), 5 (waga 2), 4 (waga 3), 6 (waga 2). 4,625

/ 2 pkt

Odpowiedź: 4,625

Rozwiązanie: Suma iloczynów: $3 \cdot 1 + 5 \cdot 2 + 4 \cdot 3 + 6 \cdot 2 = 3 + 10 + 12 + 12 = 37$. Suma wag: $1 + 2 + 3 + 2 = 8$.

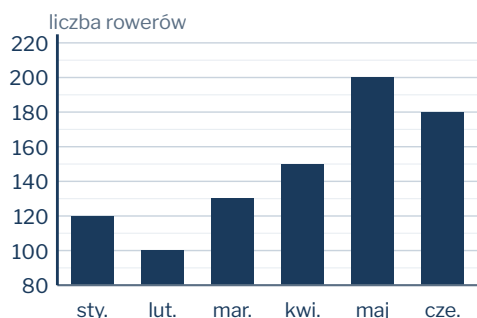
Średnia ważona: $37 : 8 = 4,625$.

Punktacja:

1. **1 pkt** — suma iloczynów 37 i suma wag 8
2. **1 pkt** — wynik 4,625 (także $4\frac{5}{8}$)



Zadanie 7 Diagram pokazuje, ile rowerów sprzedał sklep w kolejnych miesiącach. Oceń prawdziwość zdań (P / F). / 2 pkt



- I. W maju sprzedano 2 razy więcej rowerów niż w lutym. **P** / F
- II. Od lutego do maja sprzedaż co miesiąc rosła. **P** / F
- III. Od lutego do marca sprzedaż wzrosła o 20%. P / **F**
- IV. Od marca do czerwca sprzedaż co miesiąc rosła. P / **F**

Odpowiedź: I P; II P; III F; IV F

Rozwiązanie: Odczyty: styczeń 120, luty 100, marzec 130, kwiecień 150, maj 200, czerwiec 180 (oś pionowa zaczyna się od 80).

I. $200 = 2 \cdot 100$ — P.

II. 100, 130, 150, 200 — co miesiąc więcej — P.

III. wzrost o 30 rowerów, $\frac{30}{100} = 30\%$, nie 20% — F.

IV. w czerwcu (180) mniej niż w maju (200) — F.

Punktacja:

1. **2 pkt** — cztery poprawne oceny; trzy poprawne — 1 pkt; mniej — 0 pkt

Zadanie 8 Dane: 45, 52, 48, 50, 12, 47, 51, 49, 46. Która liczba jest wartością skrajną? Oblicz średnią pozostałych liczb. **12; 48,5** / 2 pkt

Odpowiedź: wartość skrajna 12; średnia pozostałych 48,5

Rozwiązanie: Liczba 12 bardzo odbiega od pozostałych (wszystkie inne są między 45 a 52) — to wartość skrajna.

Suma pozostałych: $45 + 52 + 48 + 50 + 47 + 51 + 49 + 46 = 388$, średnia: $388 : 8 = 48,5$.

Punktacja:

1. **1 pkt** — wskazanie wartości skrajnej 12

2. **1 pkt** — średnia pozostałych liczb 48,5

Zadanie 9 Ściany kostek ponumerowano kolejnymi liczbami od 1. Oblicz prawdopodobieństwo. / 2 pkt

- a) kostka 12-ścienna, wypadnie liczba nieparzysta $\frac{1}{2}$
- b) kostka 20-ścienna, wypadnie liczba podzielna przez 3 $\frac{3}{10}$

Odpowiedź: a) $\frac{1}{2}$; b) $\frac{3}{10}$

Rozwiązanie: a) Wyników 12; nieparzyste: 1, 3, 5, 7, 9, 11 — 6 wyników. $P = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$.

b) Wyników 20; podzielne przez 3: 3, 6, 9, 12, 15, 18 — 6 wyników. $P = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$.

Punktacja:

1. **1 pkt** — a) $\frac{1}{2}$ (także nieskrócony ułamek)

2. **1 pkt** — b) $\frac{3}{10}$ (także nieskrócony ułamek)



Zadanie 10 Losujemy jedną liczbę spośród wszystkich liczb dwucyfrowych. Jakie jest prawdopodobieństwo, że...

/ 2 pkt

a) będzie podzielna przez 12 $\frac{4}{45}$

b) suma jej cyfr wyniesie 12 $\frac{7}{90}$

Odpowiedź: a) $\frac{4}{45}$; b) $\frac{7}{90}$

Rozwiązanie: Liczb dwucyfrowych jest $99 - 10 + 1 = 90$.

a) 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96 — 8 liczb. $P = \frac{8}{90} = \frac{4}{45}$.

b) 39, 48, 57, 66, 75, 84, 93 — 7 liczb. $P = \frac{7}{90}$.

Punktacja:

1. **1 pkt** — a) $\frac{4}{45}$ (także nieskrócony ułamek)

2. **1 pkt** — b) $\frac{7}{90}$ (także nieskrócony ułamek)

Zadanie 11 W szufladzie leży 6 czarnych, 9 szarych i 5 białych skarpetek. Wyjmujemy losowo jedną.

/ 2 pkt

Jakie jest prawdopodobieństwo, że wyjęta skarpetka nie będzie czarna? $\frac{7}{10}$

Odpowiedź: $\frac{7}{10}$

Rozwiązanie: Wszystkich skarpetek: $6 + 9 + 5 = 20$. Nie czarnych: $9 + 5 = 14$.

$P = \frac{14}{20} = \frac{7}{10}$.

Punktacja:

1. **1 pkt** — liczba wszystkich wyników 20 i sprzyjających 14

2. **1 pkt** — wynik $\frac{7}{10}$ (także $\frac{14}{20}$ albo 0,7)

Zadanie 12 480 osób rzuca raz kostką 8-ścienną. U ilu mniej więcej osób wypadnie liczba parzysta? **240** / 2 pkt

Odpowiedź: około 240 osób

Rozwiązanie: Liczby parzyste na kostce 8-ściennej: 2, 4, 6, 8 — 4 z 8 wyników, $P = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$.

Spodziewana liczba osób: $\frac{1}{2} \cdot 480 = 240$.

Punktacja:

1. **1 pkt** — prawdopodobieństwo $\frac{1}{2}$

2. **1 pkt** — około 240 osób



Zadanie 13 W loterii jest 8 losów wygrywających i 12 pustych. Ile losów pustych trzeba dołożyć, aby prawdopodobieństwo wygranej wyniosło $\frac{1}{4}$? 12 / 2 pkt

Odpowiedź: 12 losów pustych

Rozwiązanie: Prawdopodobieństwo $\frac{1}{4}$ oznacza, że wszystkich losów ma być $4 \cdot 8 = 32$.

Teraz jest $8 + 12 = 20$ losów, więc trzeba dołożyć $32 - 20 = 12$ pustych.

Sprawdzenie: $\frac{8}{32} = \frac{1}{4}$.

Punktacja:

1. **1 pkt** — warunek: wszystkich losów 32 albo równanie $\frac{8}{20+x} = \frac{1}{4}$
2. **1 pkt** — wynik 12

★ Zadanie 14 Zadanie dodatkowe (+2 pkt). Losów pustych jest o 40 więcej niż wygrywających, a prawdopodobieństwo wygranej wynosi $\frac{1}{3}$. Ile jest wszystkich losów? 120 +2 pkt

Odpowiedź: 120 losów

Rozwiązanie: Niech w — liczba losów wygrywających. Pustych jest $w + 40$, wszystkich $2w + 40$.

$\frac{w}{2w+40} = \frac{1}{3}$, więc $3w = 2w + 40$, $w = 40$.

Wszystkich losów: $2 \cdot 40 + 40 = 120$ (40 wygrywających, 80 pustych; $\frac{40}{120} = \frac{1}{3}$).

Punktacja:

1. **1 pkt** — równanie $\frac{w}{2w+40} = \frac{1}{3}$ albo inne poprawne rozumowanie
2. **1 pkt** — wynik 120

Zasady przyznawania punktów

- Zadania otwarte i z lukami: punkty według kryteriów podanych przy zadaniu. Każdy poprawny sposób rozwiązania jest akceptowany, także inny niż w kluczu.
- Przy poprawnej metodzie i błędzie rachunkowym uczeń traci tylko punkt za wynik końcowy; sam wynik bez wymaganego zapisu obliczeń daje najwyżej punkt za odpowiedź, jeśli kryteria tak stanowią.
- Zadanie dodatkowe (+2 pkt) nie wlicza się do sumy 30 pkt; może podnieść ocenę zgodnie z zasadami szkoły.
- Prawdopodobieństwo może być zapisane ułamkiem nieskróconym, skróconym albo ułamkiem dziesiętnym — każdy poprawny zapis jest akceptowany.
- W zadaniach z wykresem dopuszczalne są odpowiedzi bez jednostki, jeśli liczba jest poprawna.

Proponowana skala ocen (30 pkt)

30–27 pkt: bardzo dobry · 26–23 pkt: dobry · 22–17 pkt: dostateczny · 16–12 pkt: dopuszczający · 11–0 pkt: niedostateczny

Progi orientacyjne: ok. 90% / 75% / 55% / 40%. Dostosuj je do wewnątrzszkolnych zasad oceniania.

