



Klucz nauczyciela · Sprawdzian: Twierdzenie Pitagorasa

klasa 7 · grupa A · dla nauczyciela · 30 pkt + 2 pkt dodatkowe · 45 minut

Zadanie 1 Otocz literę równości zgodnej z twierdzeniem Pitagorasa.

/ 2 pkt

a) Trójkąt ABC jest prostokątny, kąt prosty jest przy wierzchołku C .

☒ A. $AC^2 + BC^2 = AB^2$

☐ B. $AB^2 + BC^2 = AC^2$

☐ C. $AB^2 + AC^2 = BC^2$

b) Trójkąt MNO jest prostokątny, kąt prosty jest przy wierzchołku N .

☐ A. $MO^2 + NO^2 = MN^2$

☒ B. $MN^2 + NO^2 = MO^2$

☐ C. $MN^2 + MO^2 = NO^2$

Odpowiedź: a) A; b) B

Rozwiązanie: Przeciwprostokątna leży naprzeciw kąta prostego; jej kwadrat jest równy sumie kwadratów pozostałych boków.

a) $AC^2 + BC^2 = AB^2$.

b) $MN^2 + NO^2 = MO^2$.

Punktacja:

1. **1 pkt** — a) A

2. **1 pkt** — b) B

Zadanie 2 Oblicz. Wynik podaj w najprostszej postaci.

/ 3 pkt

a) Przyprostokątne trójkąta prostokątnego mają długości 20 i 21. Oblicz długość przeciwprostokątnej. 29

b) Przeciwprostokątna ma długość 17, a jedna z przyprostokątnych 8. Oblicz drugą przyprostokątną. 15

c) Przyprostokątne mają długości 3 i 5. Oblicz długość przeciwprostokątnej. $\sqrt{34}$

Odpowiedź: a) 29; b) 15; c) $\sqrt{34}$

Rozwiązanie: a) $c^2 = 400 + 441 = 841, c = 29$.

b) $b^2 = 289 - 64 = 225, b = 15$.

c) $c^2 = 9 + 25 = 34, c = \sqrt{34}$.

Punktacja:

1. **1 pkt** — a) 29

2. **1 pkt** — b) 15

3. **1 pkt** — c) $\sqrt{34}$



Zadanie 3 Oblicz.

/ 2 pkt

- a) Na przyprostokątnych trójkąta prostokątnego zbudowano kwadraty o polach 49 cm^2 i 81 cm^2 . Jakie pole ma kwadrat zbudowany na przeciwprostokątnej? 130 cm^2
- b) Kwadrat zbudowany na przeciwprostokątnej ma pole 100 cm^2 , a kwadrat na jednej z przyprostokątnych — 36 cm^2 . Jakie pole ma kwadrat na drugiej przyprostokątnej? 64 cm^2

Odpowiedź: a) 130 cm^2 ; b) 64 cm^2

Rozwiązanie: Pole kwadratu na boku to kwadrat długości boku, więc twierdzenie Pitagorasa mówi: pole na przeciwprostokątnej = suma pól na przyprostokątnych.

a) $49 + 81 = 130 \text{ cm}^2$.

b) $100 - 36 = 64 \text{ cm}^2$.

Punktacja:

1. **1 pkt** — a) 130 cm^2

2. **1 pkt** — b) 64 cm^2

Zadanie 4 Przekątna prostokąta ma długość 17 cm, a jeden z jego boków 8 cm. Oblicz długość drugiego boku i pole prostokąta. / 2 pkt

Odp. **bok 15 cm, pole 120 cm²**

Odpowiedź: bok 15 cm, pole 120 cm^2

Rozwiązanie: $b^2 = 17^2 - 8^2 = 289 - 64 = 225$, $b = 15 \text{ cm}$. Pole: $8 \cdot 15 = 120 \text{ cm}^2$.

Punktacja:

1. **1 pkt** — drugi bok 15 cm

2. **1 pkt** — pole 120 cm^2

Zadanie 5 Przekątne rombu mają długości 14 cm i 48 cm. Oblicz długość boku i obwód rombu. / 2 pkt

Odp. **bok 25 cm, obwód 100 cm**

Odpowiedź: bok 25 cm, obwód 100 cm

Rozwiązanie: Przekątne rombu są prostopadłe i dzielą się na połowy: 7 cm i 24 cm. $a^2 = 7^2 + 24^2 = 625$, $a = 25 \text{ cm}$. Obwód: $4 \cdot 25 = 100 \text{ cm}$.

Punktacja:

1. **1 pkt** — bok 25 cm

2. **1 pkt** — obwód 100 cm

Zadanie 6 Trójkąt równoramienny ma ramiona długości 25 cm i podstawę 14 cm. Oblicz wysokość opuszczoną na podstawę i pole trójkąta. / 2 pkt

Odp. **wysokość 24 cm, pole 168 cm²**

Odpowiedź: wysokość 24 cm, pole 168 cm^2

Rozwiązanie: Wysokość dzieli podstawę na połowy (7 cm): $h^2 = 25^2 - 7^2$, $h = 24 \text{ cm}$. Pole: $\frac{14 \cdot 24}{2} = 168 \text{ cm}^2$.

Punktacja:

1. **1 pkt** — wysokość 24 cm

2. **1 pkt** — pole 168 cm^2



Zadanie 7 Oblicz. Wynik podaj w najprostszej postaci.

/ 2 pkt

- a) Oblicz długość przekątnej kwadratu o boku 11. $11\sqrt{2}$
b) Przekątna kwadratu ma długość $4\sqrt{2}$. Oblicz długość boku tego kwadratu. 4

Odpowiedź: a) $11\sqrt{2}$; b) 4

Rozwiązanie: a) $d = a\sqrt{2} = 11\sqrt{2}$.

b) $a\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$, więc $a = 4$.

Punktacja:

1. **1 pkt** — a) $11\sqrt{2}$

2. **1 pkt** — b) 4

Zadanie 8 Oblicz. Wynik podaj w najprostszej postaci.

/ 2 pkt

- a) Trójkąt równoboczny ma bok długości $4\sqrt{3}$. Oblicz jego wysokość. 6
b) Wysokość trójkąta równobocznego ma długość 12. Oblicz długość boku tego trójkąta. $8\sqrt{3}$

Odpowiedź: a) 6; b) $8\sqrt{3}$

Rozwiązanie: a) $h = \frac{4\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = 6$.

b) $\frac{a\sqrt{3}}{2} = 12$, $a = \frac{24}{\sqrt{3}} = 8\sqrt{3}$.

Punktacja:

1. **1 pkt** — a) 6

2. **1 pkt** — b) $8\sqrt{3}$

Zadanie 9 Trójkąt równoboczny ma bok długości $6\sqrt{3}$. Oblicz jego pole.

/ 2 pkt

Odp. $P = 27\sqrt{3}$

Odpowiedź: $P = 27\sqrt{3}$

Rozwiązanie: $P = \frac{(6\sqrt{3})^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{108\sqrt{3}}{4} = 27\sqrt{3}$.

Punktacja:

1. **1 pkt** — wzór $P = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$ z podstawieniem

2. **1 pkt** — wynik $27\sqrt{3}$

Zadanie 10 W trójkącie prostokątnym o kątach ostrych 30° i 60° dłuższa przyprostokątna ma długość 15. Oblicz długości pozostałych boków.

/ 2 pkt

Odp. krótsza przyprostokątna $5\sqrt{3}$, przeciwprostokątna $10\sqrt{3}$

Odpowiedź: krótsza przyprostokątna $5\sqrt{3}$, przeciwprostokątna $10\sqrt{3}$

Rozwiązanie: Krótsza x , dłuższa $x\sqrt{3} = 15$, więc $x = \frac{15}{\sqrt{3}} = 5\sqrt{3}$; przeciwprostokątna $2x = 10\sqrt{3}$.

Punktacja:

1. **1 pkt** — krótsza przyprostokątna $5\sqrt{3}$

2. **1 pkt** — przeciwprostokątna $10\sqrt{3}$



Zadanie 11 Trójkąt prostokątny równoramienny ma przyprostokątne długości 7. Oblicz długość przeciwprostokątnej.

/ 1 pkt

Odp. $7\sqrt{2}$

Odpowiedź: $7\sqrt{2}$

Rozwiązanie: $c = 7\sqrt{2}$ (przekątna kwadratu o boku 7).

Punktacja:

1. **1 pkt** — $7\sqrt{2}$

Zadanie 12 Wykonaj rysunek pomocniczy i oblicz.

/ 4 pkt

- a) Drabinę o długości 6,5 m oparto o pionową ścianę tak, że jej dolny koniec stoi 2,5 m od ściany. Na jakiej wysokości drabina dotyka ściany? 6 m
- b) Statek wypłynął z portu i przeplłynął 24 km na północ, a potem 7 km na wschód. Oblicz odległość statku od portu. 25 km

Odpowiedź: a) 6 m; b) 25 km

Rozwiązanie: a) $h^2 = 6,5^2 - 2,5^2 = 42,25 - 6,25 = 36$, $h = 6$ m.

b) $d^2 = 24^2 + 7^2 = 576 + 49 = 625$, $d = 25$ km.

Punktacja:

1. **1 pkt** — a) rysunek lub opis i równanie $h^2 + 2,5^2 = 6,5^2$

2. **1 pkt** — a) wynik 6 m

3. **1 pkt** — b) rysunek lub opis i równanie $d^2 = 24^2 + 7^2$

4. **1 pkt** — b) wynik 25 km

Zadanie 13 Trapez równoramienny ma podstawy długości 4 cm i 16 cm, a ramiona po 10 cm. Oblicz wysokość i pole trapezu.

/ 2 pkt

Odp. wysokość 8 cm, pole 80 cm²

Odpowiedź: wysokość 8 cm, pole 80 cm²

Rozwiązanie: Wysokości odcinają z dłuższej podstawy dwa odcinki po $\frac{16-4}{2} = 6$ cm. $h^2 = 10^2 - 6^2 = 64$, $h = 8$ cm. Pole: $\frac{(4+16) \cdot 8}{2} = 80$ cm².

Punktacja:

1. **1 pkt** — wysokość 8 cm

2. **1 pkt** — pole 80 cm²

Zadanie 14 Oblicz odległość punktów $A = (-3, 1)$ i $B = (5, 7)$ w układzie współrzędnych.

/ 2 pkt

Odp. $|AB| = 10$

Odpowiedź: $|AB| = 10$

Rozwiązanie: Odcinek AB jest przeciwprostokątną trójkąta o przyprostokątnych 8 (różnica pierwszych współrzędnych) i 6 (różnica drugich): $|AB|^2 = 8^2 + 6^2 = 100$, $|AB| = 10$.

Punktacja:

1. **1 pkt** — przyprostokątne 8 i 6

2. **1 pkt** — wynik 10





★ **Zadanie 15** Zadanie dodatkowe (+2 pkt). Trapez równoramienny ma krótszą podstawę 3, ramiona długości 6 i kąt ostry 60° . Oblicz wysokość, dłuższą podstawę i pole trapezu. **+2 pkt**

Odp. $h = 3\sqrt{3}$, **dłuższa podstawa 9, pole $18\sqrt{3}$**

Odpowiedź: $h = 3\sqrt{3}$, dłuższa podstawa 9, pole $18\sqrt{3}$

Rozwiązanie: Wysokość z wierzchołka krótszej podstawy tworzy z ramieniem trójkąt $90^\circ-60^\circ-30^\circ$: odcinek przy kącie 60° to połowa ramienia (3), wysokość $3\sqrt{3}$. Dłuższa podstawa: $3 + 2 \cdot 3 = 9$. Pole: $\frac{(3+9) \cdot 3\sqrt{3}}{2} = 18\sqrt{3}$.

Punktacja:

- 1 **pkt** — wysokość $3\sqrt{3}$ i dłuższa podstawa 9
2. 1 **pkt** — pole $18\sqrt{3}$

Zasady przyznawania punktów

- Zadania otwarte i z lukami: punkty według kryteriów podanych przy zadaniu. Każdy poprawny sposób rozwiązania jest akceptowany, także inny niż w kluczu.
- Przy poprawnej metodzie i błędzie rachunkowym uczeń traci tylko punkt za wynik końcowy; sam wynik bez wymaganego zapisu obliczeń daje najwyżej punkt za odpowiedź, jeśli kryteria tak stanowią.
- Zadanie dodatkowe (+2 pkt) nie wlicza się do sumy 30 pkt; może podnieść ocenę zgodnie z zasadami szkoły.
- Wyniki niewymierne w najprostszej postaci (np. $\sqrt{52} = 2\sqrt{13}$).
- Zadanie 12: w każdym podpunkcie 1 pkt za rysunek lub opis i równanie, 1 pkt za wynik.
- Zadanie 15 jest dodatkowe (+2 pkt) i nie wlicza się do 30 pkt.

Proponowana skala ocen (30 pkt)

30–27 pkt: bardzo dobry · 26–23 pkt: dobry · 22–17 pkt: dostateczny · 16–12 pkt: dopuszczający · 11–0 pkt: niedostateczny

Progi orientacyjne: ok. 90% / 75% / 55% / 40%. Dostosuj je do wewnętrznych zasad oceniania.