



Klucz nauczyciela · Kartkówka: Pole powierzchni graniastosłupa

klasa 8 · grupa A · dla nauczyciela · 10 pkt · ok. 15 minut

Zadanie 1 Graniastosłup prosty ma wysokość 5 cm, a jego podstawą jest trójkąt prostokątny o przyprostokątnych 6 cm i 8 cm. Oblicz pole powierzchni całkowitej. / 2 pkt

Odp.: 168 cm²

Odpowiedź: 168 cm²

Rozwiązanie: Brakujący bok podstawy (przeciwprostokątna): $\sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10$ (cm).

Pole podstawy: $P_p = \frac{6 \cdot 8}{2} = 24$ (cm²).

Obwód podstawy: $6 + 8 + 10 = 24$ (cm), pole boczne: $P_b = 24 \cdot 5 = 120$ (cm²).

$P_c = 2 \cdot 24 + 120 = 168$ (cm²).

Typowe błędy: tylko jedna podstawa ($24 + 120 = 144$) albo pominięcie ściany przy przeciwprostokątnej.

Punktacja:

- 1 **pkt** — pole podstawy 24 cm² i brakujący bok 10 cm
2. 1 **pkt** — pole powierzchni całkowitej 168 cm²

Zadanie 2 Graniastosłup prawidłowy trójkątny ma krawędź podstawy 6 cm i krawędź boczną 10 cm. Oblicz jego pole powierzchni całkowitej. / 2 pkt

Odp.: (180 + 18√3) cm²

Odpowiedź: (180 + 18√3) cm²

Rozwiązanie: Podstawa to trójkąt równoboczny o boku 6 cm: $P_p = \frac{6^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{36\sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3}$ (cm²).

Ściany boczne to 3 prostokąty 6×10 : $P_b = 3 \cdot 6 \cdot 10 = 180$ (cm²).

$P_c = 2 \cdot 9\sqrt{3} + 180 = 180 + 18\sqrt{3}$ (cm²).

Typowy błąd: pole trójkąta liczone jako $\frac{6 \cdot 6}{2} = 18$ (bez wysokości trójkąta równobocznego).

Punktacja:

1. 1 **pkt** — pole podstawy $9\sqrt{3}$ cm²
2. 1 **pkt** — pole powierzchni całkowitej (180 + 18√3) cm²

Zadanie 3 Obwód podstawy graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego wynosi 42 cm, a krawędź boczna ma 11 cm. Oblicz pole powierzchni bocznej. / 2 pkt

Odp.: 462 cm²

Odpowiedź: 462 cm²

Rozwiązanie: Pole boczne to suma pól 6 prostokątów o wysokości 11 cm; ich podstawy razem dają obwód podstawy.

$P_b = \text{obwód} \cdot H = 42 \cdot 11 = 462$ (cm²).

(Albo: krawędź podstawy $42 : 6 = 7$ cm, $P_b = 6 \cdot 7 \cdot 11 = 462$ cm².)

Typowy błąd: pole tylko jednej ściany ($7 \cdot 11 = 77$).

Punktacja:

1. 1 **pkt** — metoda: obwód podstawy razy krawędź boczna (albo 6 ścian 7×11)
2. 1 **pkt** — wynik 462 cm²



Zadanie 4 Graniastosłup prawidłowy czworokątny ma krawędź podstawy 6 cm, a przekątna jego ściany bocznej ma 10 cm. Oblicz pole powierzchni całkowitej. / 2 pkt

Odp.: 264 cm²

Odpowiedź: 264 cm²

Rozwiązanie: Ściana boczna to prostokąt o bokach 6 cm i H , z przekątną 10 cm. Z twierdzenia Pitagorasa:

$$H = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8 \text{ (cm)}.$$

$$\text{Podstawy: } 2 \cdot 6^2 = 72 \text{ (cm}^2\text{); ściany boczne: } 4 \cdot 6 \cdot 8 = 192 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

$$P_c = 72 + 192 = 264 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Typowy błąd: przyjęcie przekątnej 10 cm za wysokość ($72 + 240 = 312$).

Punktacja:

- 1 pkt — wysokość graniastosłupa 8 cm z twierdzenia Pitagorasa
- 1 pkt — pole powierzchni całkowitej 264 cm²

Zadanie 5 Pudełko ma kształt prostopadłościanu o wymiarach 40 cm × 25 cm × 10 cm. Do zapakowania go potrzeba papieru o 20% więcej, niż wynosi pole powierzchni pudełka. Ile cm² papieru potrzeba? / 2 pkt

Odp.: 3960 cm²

Odpowiedź: 3960 cm²

$$\text{Rozwiązanie: Pole pudełka: } 2 \cdot (40 \cdot 25 + 40 \cdot 10 + 25 \cdot 10) = 2 \cdot (1000 + 400 + 250) = 3300 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

$$\text{Papieru o 20\% więcej: } 3300 \cdot 1,2 = 3960 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Typowe błędy: tylko 20\% pola (660) albo pole bez mnożenia przez 2 ($1650 \cdot 1,2 = 1980$).

Punktacja:

- 1 pkt — pole powierzchni pudełka 3300 cm²
- 1 pkt — doliczenie 20\%: 3960 cm²

Zasady przyznawania punktów

- Zadania otwarte i z lukami: punkty według kryteriów podanych przy zadaniu. Każdy poprawny sposób rozwiązania jest akceptowany, także inny niż w kluczu.
- Przy poprawnej metodzie i błędzie rachunkowym uczeń traci tylko punkt za wynik końcowy; sam wynik bez wymaganego zapisu obliczeń daje najwyżej punkt za odpowiedź, jeśli kryteria tak stanowią.
- W zadaniach 1, 2 i 4 pierwszy punkt przyznaje się za poprawne pole podstawy wraz z brakującą długością (bok, wysokość, krawędź), także gdy wynik końcowy jest błędny.
- Wynik z pierwiastkiem zapisany dokładnie, w dowolnej kolejności składników (np. $18\sqrt{3} + 180$), jest pełnoprawny; samo przybliżenie dziesiętne bez postaci dokładnej — 1 pkt.
- Brak jednostki przy poprawnej liczbie nie odbiera punktu.

Proponowana skala ocen (10 pkt)

10–9 pkt: bardzo dobry · 8 pkt: dobry · 7–6 pkt: dostateczny · 5–4 pkt: dopuszczający · 3–0 pkt: niedostateczny

Progi orientacyjne: ok. 90\% / 75\% / 55\% / 40\%. Dostosuj je do wewnętrznych zasad oceniania.