



Klucz nauczyciela · Kartkówka: Pitagoras i układ współrzędnych

klasa 8 · grupa A · dla nauczyciela · 10 pkt · ok. 15 minut

Zadanie 1 Oblicz długość przekątnej kwadratu o boku 11.

/ 2 pkt

Wynik: $11\sqrt{2}$

Odpowiedź: $d = 11\sqrt{2}$

Rozwiązanie: Przekątna dzieli kwadrat na dwa trójkąty prostokątne o przyprostokątnych 11 i 11. Z twierdzenia Pitagorasa: $d^2 = 11^2 + 11^2 = 242$, więc $d = \sqrt{242} = \sqrt{121 \cdot 2} = 11\sqrt{2}$.

Krócej — ze wzoru na przekątną kwadratu: $d = a\sqrt{2} = 11\sqrt{2}$.

Punktacja:

- 1 pkt — zastosowanie wzoru $d = a\sqrt{2}$ albo twierdzenia Pitagorasa ($d^2 = a^2 + a^2$)
- 1 pkt — wynik $11\sqrt{2}$

Zadanie 2 Oblicz długość odcinka AB , gdzie $A = (-1, 4)$ i $B = (3, -4)$.

/ 2 pkt

Wynik: $4\sqrt{5}$

Odpowiedź: $|AB| = 4\sqrt{5}$

Rozwiązanie: Różnice współrzędnych: $x_B - x_A = 3 - (-1) = 4$, $y_B - y_A = -4 - 4 = -8$.

Z twierdzenia Pitagorasa (odcinek jest przeciwprostokątną trójkąta o przyprostokątnych 4 i 8):

$$|AB| = \sqrt{4^2 + (-8)^2} = \sqrt{16 + 64} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

Punktacja:

- 1 pkt — obliczenie różnic współrzędnych (4 i -8, znaki dowolne) i zapis $\sqrt{4^2 + (-8)^2}$
- 1 pkt — wynik $4\sqrt{5}$

Zadanie 3 Wyznacz współrzędne środka odcinka AB , gdzie $A = (-5, 2)$ i $B = (3, -6)$.

/ 2 pkt

Wynik: $(-1, -2)$

Odpowiedź: $S = (-1, -2)$

Rozwiązanie: Każda współrzędna środka to średnia współrzędnych końców:

$$x_S = \frac{-5 + 3}{2} = \frac{-2}{2} = -1, \quad y_S = \frac{2 + (-6)}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

$S = (-1, -2)$.

Punktacja:

- 1 pkt — pierwsza współrzędna -1
- 1 pkt — druga współrzędna -2



Zadanie 4 Punkt $S = (-1, 3)$ jest środkiem odcinka AB , a $A = (2, -2)$. Podaj współrzędne punktu B . / 2 pkt

Wynik: $(-4, 8)$

Odpowiedź: $B = (-4, 8)$

Rozwiązanie: Środek ma współrzędne będące średnimi końców, więc $x_B = 2x_S - x_A$ i $y_B = 2y_S - y_A$:

$$x_B = 2 \cdot (-1) - 2 = -4, \quad y_B = 2 \cdot 3 - (-2) = 8$$

$B = (-4, 8)$. Sprawdzenie: $\left(\frac{2 + (-4)}{2}, \frac{-2 + 8}{2}\right) = (-1, 3)$ — zgadza się z S .

Punktacja:

- 1 pkt — pierwsza współrzędna -4
- 1 pkt — druga współrzędna 8

Zadanie 5 Czy trójkąt o bokach 9 cm, 12 cm i 15 cm jest prostokątny? Uzasadnij. / 2 pkt

Trójkąt jest prostokątny (tak / nie): **tak**

Odpowiedź: tak — trójkąt jest prostokątny

Rozwiązanie: Najdłuższy bok ma 15 cm. Porównujemy sumę kwadratów dwóch krótszych boków z kwadratem najdłuższego:

$$9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225, \quad 15^2 = 225 \\ 225 = 225$$

Z twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa trójkąt **jest** prostokątny (kąt prosty leży naprzeciw boku 15 cm).

Punktacja:

- 1 pkt — porównanie sumy kwadratów dwóch krótszych boków z kwadratem najdłuższego (z obliczeniami)
- 1 pkt — odpowiedź „tak” wynikająca z tego porównania

Zasady przyznawania punktów

- Zadania otwarte i z lukami: punkty według kryteriów podanych przy zadaniu. Każdy poprawny sposób rozwiązania jest akceptowany, także inny niż w kluczu.
- Przy poprawnej metodzie i błędzie rachunkowym uczeń traci tylko punkt za wynik końcowy; sam wynik bez wymaganego zapisu obliczeń daje najwyżej punkt za odpowiedź, jeśli kryteria tak stanowią.
- Wynik niewyłączony przed pierwiastek (np. $\sqrt{80}$ zamiast $4\sqrt{5}$) uznaj za poprawny, chyba że na lekcji wymagano uproszczenia.
- Współrzędne niecałkowite mogą być zapisane ułamkiem dziesiętnym albo zwykłym.
- W zadaniu 5 sama odpowiedź „tak” / „nie” bez porównania kwadratów boków — 0 pkt.

Proponowana skala ocen (10 pkt)

10–9 pkt: bardzo dobry · 8 pkt: dobry · 7–6 pkt: dostateczny · 5–4 pkt: dopuszczający · 3–0 pkt: niedostateczny

Progi orientacyjne: ok. 90% / 75% / 55% / 40%. Dostosuj je do wewnątrzszkolnych zasad oceniania.