



Klucz nauczyciela · Kartkówka: Wielokąty foremne

klasa 8 · grupa A · dla nauczyciela · 10 pkt · ok. 15 minut

Zadanie 1 Oceń prawdziwość zdania. Otocz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F, jeśli jest fałszywe.

/ 2 pkt

- a) Kwadrat jest wielokątem foremnym. **(P)** / F
b) Każdy prostokąt jest wielokątem foremnym. P / **(F)**

Odpowiedź: a) P; b) F

Rozwiązanie: a) Kwadrat ma wszystkie boki równe i wszystkie kąty równe (90°) — **P**.

b) Prostokąt 2×5 cm ma wszystkie kąty równe, ale boki różnej długości, więc nie jest foremny — **F**.

Punktacja:

1. **1 pkt** — a) P
2. **1 pkt** — b) F

Zadanie 2 Oblicz miarę kąta wewnętrznego wielokąta foremnego o 20 bokach.

/ 2 pkt

Odp. **162°**

Odpowiedź: 162°

Rozwiązanie: Suma kątów wewnętrznych n -kąta: $(n - 2) \cdot 180^\circ$. Dla $n = 20$: $18 \cdot 180^\circ = 3240^\circ$.

Wszystkie kąty wielokąta foremnego są równe: $3240^\circ : 20 = 162^\circ$.

(Inaczej: kąt zewnętrzny $360^\circ : 20 = 18^\circ$, kąt wewnętrzny $180^\circ - 18^\circ = 162^\circ$.)

Punktacja:

1. **1 pkt** — zastosowanie wzoru na sumę kątów $(n - 2) \cdot 180^\circ$ (lub kąta zewnętrznego $360^\circ : n$)
2. **1 pkt** — wynik 162°

Zadanie 3 W dziesięciokącie foremnym $ABCDEFGHIJ$ poprowadzono przekątną z wierzchołka A .
Oblicz miary kątów trójkąta AEF .

/ 2 pkt

Odp. **$\sphericalangle EAF = 18^\circ$, $\sphericalangle AEF = 90^\circ$, $\sphericalangle AFE = 72^\circ$**

Odpowiedź: $\sphericalangle EAF = 18^\circ$, $\sphericalangle AEF = 90^\circ$, $\sphericalangle AFE = 72^\circ$

Rozwiązanie: Niech O będzie środkiem okręgu opisanego na dziesięciokącie. Kąt środkowy oparty na jednym boku: $360^\circ : 10 = 36^\circ$.

Wierzchołek F leży naprzeciw A (5 boków dalej), więc przekątna AF przechodzi przez O .

Trójkąt OEF jest równoramienny ($OE = OF$), $\sphericalangle EOF = 36^\circ$, więc $\sphericalangle OEF = \sphericalangle OFE = (180^\circ - 36^\circ) : 2 = 72^\circ$.

Trójkąt OAE jest równoramienny, $\sphericalangle AOE = 4 \cdot 36^\circ = 144^\circ$, więc $\sphericalangle OAE = \sphericalangle OEA = (180^\circ - 144^\circ) : 2 = 18^\circ$.

Zatem $\sphericalangle EAF = 18^\circ$, $\sphericalangle AFE = 72^\circ$, $\sphericalangle AEF = 18^\circ + 72^\circ = 90^\circ$. Sprawdzenie: $18^\circ + 72^\circ + 90^\circ = 180^\circ$.

Punktacja:

1. **1 pkt** — poprawna metoda (np. kąty środkowe 36° i trójkąty równoramienne z wierzchołkiem w środku albo kąt wewnętrzny 144°) i co najmniej jeden poprawny kąt
2. **1 pkt** — wszystkie trzy kąty: 18° , 90° , 72°



Zadanie 4 Sześciokąt foremny ma bok długości 8 cm. Oblicz jego pole.

/ 2 pkt

Odp. $96\sqrt{3} \text{ cm}^2$

Odpowiedź: $96\sqrt{3} \text{ cm}^2$

Rozwiązanie: Przekątne przechodzące przez środek dzielą sześciokąt foremny na 6 przystających trójkątów równobocznych o boku 8 cm.

Pole jednego trójkąta: $\frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{64\sqrt{3}}{4} = 16\sqrt{3} \text{ cm}^2$.

Pole sześciokąta: $6 \cdot 16\sqrt{3} = 96\sqrt{3} \text{ cm}^2$.

Punktacja:

- 1 pkt — podział na 6 trójkątów równobocznych i pole jednego trójkąta $16\sqrt{3} \text{ cm}^2$
- 1 pkt — wynik $96\sqrt{3} \text{ cm}^2$

Zadanie 5 Dany jest $\triangle ABC$: $AB = 5 \text{ cm}$, $BC = 7 \text{ cm}$, $AC = 10 \text{ cm}$. Który z trójkątów KLM i PQR jest przystający do trójkąta ABC ? Podaj cechę. / 2 pkt

$\triangle KLM$: $KL = 7 \text{ cm}$, $LM = 10 \text{ cm}$, $KM = 4 \text{ cm}$

$\triangle PQR$: $PQ = 10 \text{ cm}$, $QR = 5 \text{ cm}$, $PR = 7 \text{ cm}$

Odp. $\triangle PQR$, cecha bbb

Odpowiedź: $\triangle PQR$, cecha bbb

Rozwiązanie: Trójkąt ABC ma boki 5 cm, 7 cm, 10 cm.

$\triangle KLM$ ma boki 4 cm, 7 cm, 10 cm — bok 4 cm $\neq$ 5 cm, więc nie jest przystający.

$\triangle PQR$ ma boki 5 cm, 7 cm, 10 cm — wszystkie trzy boki odpowiednio równe ($QR = AB$, $PR = BC$, $PQ = AC$), więc $\triangle PQR$ jest przystający do $\triangle ABC$ z cechy **bbb**.

Punktacja:

- 1 pkt — wskazanie trójkąta PQR
- 1 pkt — cecha bbb (bok–bok–bok)

Zasady przyznawania punktów

- Zadania otwarte i z lukami: punkty według kryteriów podanych przy zadaniu. Każdy poprawny sposób rozwiązania jest akceptowany, także inny niż w kluczu.
- Przy poprawnej metodzie i błędzie rachunkowym uczeń traci tylko punkt za wynik końcowy; sam wynik bez wymaganego zapisu obliczeń daje najwyżej punkt za odpowiedź, jeśli kryteria tak stanowią.
- Zadanie 1: po 1 pkt za każde poprawnie ocenione zdanie.
- Zadanie 3: 1 pkt, jeśli uczeń poprawnie zastosował metodę i obliczył co najmniej jeden kąt; 2 pkt — za wszystkie trzy kąty.
- Zadanie 4: wynik z pierwiastkiem zapisujemy dokładnie (z $\sqrt{3}$); przybliżenie dziesiętne uznajemy, jeśli poprzedza je zapis dokładny.
- Zadanie 5: punkt za cechę przyznajemy tylko przy poprawnie wskazanym trójkącie; cecha może być zapisana skrótem (bbb, bkb, kbb) lub słownie.

Proponowana skala ocen (10 pkt)

10–9 pkt: bardzo dobry · 8 pkt: dobry · 7–6 pkt: dostateczny · 5–4 pkt: dopuszczający · 3–0 pkt: niedostateczny

Progi orientacyjne: ok. 90% / 75% / 55% / 40%. Dostosuj je do wewnętrznych zasad oceniania.

