



Klucz nauczyciela · Kartkówka: Twierdzenia i nierówność trójkąta

klasa 8 · grupa A · dla nauczyciela · 10 pkt · ok. 15 minut

Zadanie 1 Oceń prawdziwość twierdzenia.

/ 2 pkt

- a) Jeżeli liczba naturalna jest podzielna przez 10, to jest podzielna przez 5. **P** / F
- b) Jeżeli liczba naturalna jest podzielna przez 2 i przez 3, to jest podzielna przez 12. P / **F**

Odpowiedź: a) P b) F

Rozwiązanie: a) Liczba podzielna przez 10 to $10 \cdot k = 5 \cdot (2k)$, więc dzieli się przez 5 — prawda.

b) Kontrprzykład: 6 dzieli się przez 2 i przez 3, ale nie dzieli się przez 12 — fałsz (z podzielności przez 2 i 3 wynika tylko podzielność przez 6).

Punktacja:

- 1 **pkt** — a) P
- 2 **pkt** — b) F

Zadanie 2 Zdanie jest fałszywe. Podaj najmniejszą liczbę naturalną, która to pokazuje: Jeżeli liczba naturalna kończy się cyfrą 7, to jest podzielna przez 7. 17

/ 2 pkt

Odpowiedź: 17

Rozwiązanie: Sprawdzamy kolejne liczby kończące się cyfrą 7: 7 dzieli się przez 7 (nie obala zdania), $17 = 2 \cdot 7 + 3$ — nie dzieli się przez 7. Najmniejszy kontrprzykład to 17.

Punktacja:

- 1 **pkt** — podanie poprawnego kontrprzykładu (liczba kończąca się cyfrą 7, niepodzielna przez 7, np. 27, 37)
- 2 **pkt** — wskazanie najmniejszego kontrprzykładu: 17

Zadanie 3 Oblicz sumę kątów wewnętrznych wielokąta o 11 bokach. 1620°

/ 2 pkt

Odpowiedź: 1620°

Rozwiązanie: Suma kątów wewnętrznych n -kąta: $(n - 2) \cdot 180^\circ$.

$$(11 - 2) \cdot 180^\circ = 9 \cdot 180^\circ = 1620^\circ$$

Punktacja:

- 1 **pkt** — zastosowanie wzoru $(n - 2) \cdot 180^\circ$ (lub podział na 9 trójkątów)
- 2 **pkt** — wynik 1620°

Zadanie 4 Dwa boki trójkąta mają 9 cm i 14 cm. Jaką długość może mieć trzeci bok? Podaj wszystkie możliwości, uzupełniając nierówność.

/ 2 pkt

x — długość trzeciego boku: 5 cm $< x <$ 23 cm

Odpowiedź: $5 \text{ cm} < x < 23 \text{ cm}$

Rozwiązanie: Z nierówności trójkąta trzeci bok musi być dłuższy od różnicy i krótszy od sumy dwóch pozostałych boków:

$$14 - 9 = 5, \quad 14 + 9 = 23, \quad \text{więc } 5 \text{ cm} < x < 23 \text{ cm}.$$

Punktacja:

- 1 **pkt** — dolna granica: $x > 5 \text{ cm}$
- 2 **pkt** — górna granica: $x < 23 \text{ cm}$





Zadanie 5

Trójkąt równoramienny ma obwód 28 cm, a jeden z jego boków ma 8 cm. Jakie długości mogą mieć pozostałe dwa boki? Podaj wszystkie możliwości.

/ 2 pkt

Pozostałe boki: **10 cm i 10 cm lub 8 cm i 12 cm**

Odpowiedź: 10 cm i 10 cm (podstawa 8 cm) lub 8 cm i 12 cm (ramię 8 cm)

Rozwiązanie: Przypadek 1: 8 cm to podstawa. Ramiona: $(28 - 8) : 2 = 10$ cm. Sprawdzenie: $10 + 10 > 8$ — trójkąt istnieje.

Przypadek 2: 8 cm to ramię. Podstawa: $28 - 2 \cdot 8 = 12$ cm. Sprawdzenie: $8 + 8 = 16 > 12$ — trójkąt istnieje.

Odpowiedź: 10 cm i 10 cm albo 8 cm i 12 cm.

Punktacja:

- 1 **pkt** — rozpatrzenie obu przypadków (8 cm jako podstawa i jako ramię) z obliczeniem boków
- 1 **pkt** — sprawdzenie nierówności trójkąta i podanie obu możliwości

Zasady przyznawania punktów

- Zadania otwarte i z lukami: punkty według kryteriów podanych przy zadaniu. Każdy poprawny sposób rozwiązania jest akceptowany, także inny niż w kluczu.
- Przy poprawnej metodzie i błędzie rachunkowym uczeń traci tylko punkt za wynik końcowy; sam wynik bez wymaganego zapisu obliczeń daje najwyżej punkt za odpowiedź, jeśli kryteria tak stanowią.
- Za poprawny wynik bez żadnego uzasadnienia w zadaniach 3–5 przyznaj 1 pkt.
- Warunki wynikające z nierówności trójkąta uczeń może zapisać słownie (np. „trzeci bok musi być dłuższy niż ... i krótszy niż ...”) — to równoważne zapisowi nierównością.

Proponowana skala ocen (10 pkt)

10–9 pkt: bardzo dobry · 8 pkt: dobry · 7–6 pkt: dostateczny · 5–4 pkt: dopuszczający · 3–0 pkt: niedostateczny

Progi orientacyjne: ok. 90% / 75% / 55% / 40%. Dostosuj je do wewnętrznych zasad oceniania.

