



Klucz nauczyciela · Kartkówka: Okręgi i koła

klasa 6 · grupa A · dla nauczyciela · 10 pkt · ok. 15 minut

Zadanie 1 Nazwij położenie okręgów, w nawiasie podaj liczbę punktów wspólnych.

/ 2 pkt

- a) promień 3 cm i 1,5 cm, odległość środków 4,5 cm styczne zewnętrznie (1)
b) promień 4 cm i 2 cm, odległość środków 1 cm rozłączne wewnętrznie (0)

Odpowiedź: a) styczne zewnętrznie (1 punkt wspólny); b) rozłączne wewnętrznie (0 punktów wspólnych)

Rozwiązanie: Porównujemy odległość środków z sumą i różnicą promieni. a) $3 + 1,5 = 4,5$ cm — odległość środków równa sumie promieni, więc okręgi są styczne zewnętrznie (1 punkt wspólny). b) $4 + 2 = 6$ cm, $4 - 2 = 2$ cm; odległość środków 1 cm jest mniejsza od różnicy promieni, więc mniejszy okrąg leży wewnątrz większego i go nie dotyka — rozłączne wewnętrznie (0 punktów wspólnych).

Punktacja:

1. **1 pkt** — a) styczne zewnętrznie (1)
2. **1 pkt** — b) rozłączne wewnętrznie (0)

Zadanie 2 Oblicz odległość środków.

/ 2 pkt

- a) Okręgi o średnicach 9 cm i 5 cm są styczne zewnętrznie. Jaka jest odległość ich środków? 7 cm
b) Okręgi mają promień 3,5 cm i 1 cm, a środek mniejszego leży na większym okręgu. Jaka jest odległość ich środków? 3,5 cm

Odpowiedź: a) 7 cm; b) 3,5 cm

Rozwiązanie: a) Promienie: $9 : 2 = 4,5$ cm i $5 : 2 = 2,5$ cm. Przy styczności zewnętrznej odległość środków to suma promieni: $4,5 + 2,5 = 7$ cm. b) Środek mniejszego okręgu leży na większym okręgu, więc jego odległość od środka większego okręgu to promień większego: 3,5 cm (promień mniejszego okręgu nie ma tu znaczenia).

Punktacja:

1. **1 pkt** — a) 7 cm (14 cm — dodanie średnic — 0 pkt)
2. **1 pkt** — b) 3,5 cm

Zadanie 3 W prostokąt wpisano trzy okręgi: środkowy o promieniu 1,3 cm dotyka dłuższych boków, a dwa boczne o promieniu 8 mm dotykają krótszych boków i środkowego okręgu. Środki okręgów leżą na jednej prostej. Jaki obwód ma prostokąt?

/ 3 pkt

Obwód prostokąta: 16,8 cm

Odpowiedź: Wymiary 5,8 cm i 2,6 cm; obwód 16,8 cm

Rozwiązanie: Szerokość prostokąta (krótszy bok) to średnica środkowego okręgu: $2 \cdot 1,3 = 2,6$ cm. Długość to suma średnic trzech okręgów ułożonych w rzędzie: $8 \text{ mm} = 0,8$ cm, średnica bocznego okręgu $2 \cdot 0,8 = 1,6$ cm, więc $1,6 + 2,6 + 1,6 = 5,8$ cm. Obwód: $2 \cdot (5,8 + 2,6) = 2 \cdot 8,4 = 16,8$ cm.

Punktacja:

1. **1 pkt** — krótszy bok 2,6 cm
2. **1 pkt** — dłuższy bok 5,8 cm
3. **1 pkt** — obwód 16,8 cm (także konsekwentnie z błędnych wymiarów)



Zadanie 4 W pudełku stoją ciasno 2 rzędy po 6 takich samych puszek (puszka przy puszcze, rzędy równo jeden za drugim). Wysokość puszki to 10 cm, a promień jej denka — 3 cm. Podaj wymiary pudełka. / 3 pkt

Wymiary pudełka: **$36\text{ cm} \times 12\text{ cm} \times 10\text{ cm}$**

Odpowiedź: $36\text{ cm} \times 12\text{ cm} \times 10\text{ cm}$

Rozwiązanie: Średnica denka: $2 \cdot 3 = 6\text{ cm}$. Długość: 6 puszek w rzędzie, $6 \cdot 6 = 36\text{ cm}$. Szerokość: 2 rzędy, $2 \cdot 6 = 12\text{ cm}$. Wysokość pudełka to wysokość puszki: 10 cm.

Punktacja:

1. **1 pkt** — długość 36 cm
2. **1 pkt** — szerokość 12 cm
3. **1 pkt** — wysokość 10 cm

Zasady przyznawania punktów

- Zadania otwarte i z lukami: punkty według kryteriów podanych przy zadaniu. Każdy poprawny sposób rozwiązania jest akceptowany, także inny niż w kluczu.
- Przy poprawnej metodzie i błędzie rachunkowym uczeń traci tylko punkt za wynik końcowy; sam wynik bez wymaganego zapisu obliczeń daje najwyżej punkt za odpowiedź, jeśli kryteria tak stanowią.
- Wyniki można podawać w centymetrach albo w milimetrach (np. $2,5\text{ cm} = 25\text{ mm}$) — oba zapisy są poprawne.
- Zadanie 1: punkt tylko za poprawną nazwę położenia RAZEM z poprawną liczbą punktów wspólnych.
- Zadania 3 i 4: przy błędzie w jednym kroku dalsze kroki liczone konsekwentnie (poprawną metodą na błędnej liczbie) dostają punkt; wymiary pudełka można podać w dowolnej kolejności.

Proponowana skala ocen (10 pkt)

10–9 pkt: bardzo dobry · 8 pkt: dobry · 7–6 pkt: dostateczny · 5–4 pkt: dopuszczający · 3–0 pkt: niedostateczny

Progi orientacyjne: ok. 90% / 75% / 55% / 40%. Dostosuj je do wewnętrznych zasad oceniania.