



Klucz nauczyciela · Kartkówka: NWD i NWW

klasa 5 · grupa A · dla nauczyciela · 10 pkt · ok. 15 minut

Zadanie 1 Wypisz dzielniki liczb 18 i 30 i podaj NWD.

/ 2 pkt

18: 1, 2, 3, 6, 9, 18

30: 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30

wspólne: 1, 2, 3, 6

NWD (18, 30) = 6

Odpowiedź: 18: 1, 2, 3, 6, 9, 18; 30: 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30; wspólne: 1, 2, 3, 6; NWD (18, 30) = 6

Rozwiązanie: Dzielników szukamy parami (iloczyn pary daje liczbę), np. dla 18: $1 \cdot 18$, $2 \cdot 9$, $3 \cdot 6$. Dzielniki 18: 1, 2, 3, 6, 9, 18. Dzielniki 30: 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30. Wspólne dzielniki: 1, 2, 3, 6; największy z nich to 6, więc NWD (18, 30) = 6.

Punktacja:

- 1 **pkt** — pełne i poprawne listy dzielników obu liczb oraz wspólne dzielniki 1, 2, 3, 6
- 1 **pkt** — NWD (18, 30) = 6

Zadanie 2 Wypisz kolejne wielokrotności liczby 10, aż trafisz na wielokrotność liczby 8. Podaj NWW (8, 10).

/ 1 pkt

Wielokrotności liczby 10: 10, 20, 30, 40

NWW (8, 10) = 40

Odpowiedź: 10, 20, 30, 40 → NWW (8, 10) = 40

Rozwiązanie: Kolejne wielokrotności 10: 10, 20, 30, 40. 10 nie dzieli się przez 8. 20 nie dzieli się przez 8. 30 nie dzieli się przez 8. Liczba 40 dzieli się przez 8 ($40 : 8 = 5$), więc NWW (8, 10) = 40.

Punktacja:

- 1 **pkt** — NWW (8, 10) = 40 (wypisane wielokrotności 10 do 40 włącznie)

Zadanie 3 Oblicz w pamięci.

/ 2 pkt

a) NWD (12, 16) = 4

b) NWD (5, 9) = 1

c) NWW (3, 8) = 24

d) NWW (6, 15) = 30

Odpowiedź: a) 4; b) 1; c) 24; d) 30

Rozwiązanie: a) 4 — dzielniki 16: 1, 2, 4, 8, 16; największy, który dzieli 12, to 4.

b) 1 — liczby 5 i 9 nie mają wspólnych dzielników poza 1 (są względnie pierwsze).

c) 24 — wielokrotności 8: 8, 16, 24; pierwsza podzielna przez 3 to 24.

d) 30 — wielokrotności 15: 15, 30; 30 dzieli się przez 6. (Typowy błąd: iloczyn $6 \cdot 15 = 90$ — to wspólna wielokrotność, ale nie najmniejsza.)

Punktacja:

- 0,5 **pkt** — a) 4
- 0,5 **pkt** — b) 1
- 0,5 **pkt** — c) 24
- 0,5 **pkt** — d) 30



Zadanie 4 Zapisz rozkład obu liczb na czynniki pierwsze, a potem podaj NWD i NWW. / 3 pkt

$$40 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \qquad 60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$\text{NWD}(40, 60) = 20 \qquad \text{NWW}(40, 60) = 120$$

Odpowiedź: $40 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$; $60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$; $\text{NWD} = 20$; $\text{NWW} = 120$

Rozwiązanie: Rozkłady: $40 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$, $60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$.

NWD — iloczyn czynników wspólnych: $2 \cdot 2 \cdot 5 = 20$.

NWW — pierwsza liczba razy te czynniki drugiej, których w rozkładzie pierwszej brakuje: $40 \cdot 3 = 120$.

Punktacja:

- 1 pkt — poprawne rozkłady obu liczb (kolejność czynników dowolna)
- 1 pkt — $\text{NWD}(40, 60) = 20$
- 1 pkt — $\text{NWW}(40, 60) = 120$

Zadanie 5 Ola ma 36 kredek i 54 flamastry. Pakuje wszystko do jednakowych paczek i chce, żeby paczek było jak najwięcej. Ile będzie paczek i co znajdzie się w każdej? / 2 pkt

Odp. **Będzie 18 paczek, w każdej 2 kredki i 3 flamastry.**

Odpowiedź: $\text{NWD}(36, 54) = 18$; Będzie 18 paczek, w każdej 2 kredki i 3 flamastry.

Rozwiązanie: Wszystkie kredki i flamastry muszą być rozdzielone po równo, więc liczba paczek musi dzielić 36, i 54. Paczek ma być jak najwięcej, więc szukamy $\text{NWD}(36, 54) = 18$. W każdej paczce: $36 : 18 = 2$ (kredki) i $54 : 18 = 3$ (flamastry).

Punktacja:

- 1 pkt — zauważenie, że trzeba policzyć NWD, i $\text{NWD}(36, 54) = 18$ (liczba paczek)
- 1 pkt — zawartość paczki: 2 kredki i 3 flamastry

Zasady przyznawania punktów

- Zadania otwarte i z lukami: punkty według kryteriów podanych przy zadaniu. Każdy poprawny sposób rozwiązania jest akceptowany, także inny niż w kluczu.
- Przy poprawnej metodzie i błędzie rachunkowym uczeń traci tylko punkt za wynik końcowy; sam wynik bez wymaganego zapisu obliczeń daje najwyżej punkt za odpowiedź, jeśli kryteria tak stanowią.
- Zadanie 1: kolejność dzielników dowolna; punkt za NWD przyznajemy także wtedy, gdy listy dzielników są niepełne, ale NWD jest poprawne i wynika z wypisanych wspólnych dzielników.
- Zadanie 3: po 0,5 pkt za każdy podpunkt; sumę zaokrąglamy zgodnie z zasadami szkoły (np. 1,5 pkt).
- Zadanie 4: rozkład może być zapisany w słupku, drzewkiem albo jako iloczyn (także z potęgami); kolejność czynników dowolna. NWD i NWW obliczone poprawnie innym sposobem (bez rozkładu) dają punkty za NWD i NWW, ale nie za rozkłady.
- Zadanie 5: drugi punkt tylko za pełną odpowiedź na pytanie zadania (obie wielkości, o które pyta polecenie).

Proponowana skala ocen (10 pkt)

10–9 pkt: bardzo dobry · 8 pkt: dobry · 7–6 pkt: dostateczny · 5–4 pkt: dopuszczający · 3–0 pkt: niedostateczny

Progi orientacyjne: ok. 90% / 75% / 55% / 40%. Dostosuj je do wewnętrznych zasad oceniania.

